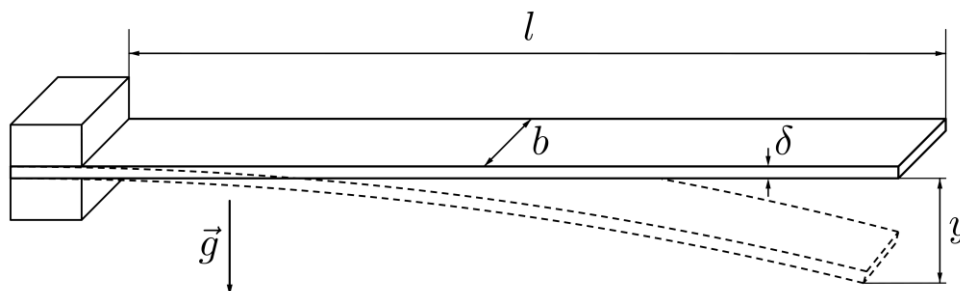


Задание 10.1. Анизотропия. Анизотропией называется различие свойств среды (например: упругости, электропроводности, теплопроводности, скорости звука, показателя преломления света и др.) в различных направлениях внутри этой среды.

Теоретическое введение. Максимальное смещение y (так называемая стрела прогиба) конца тонкой горизонтальной планки длиной ℓ под влиянием собственного веса можно определить по формуле:

$$y = \beta E^k \rho^r b^s \delta^t g^h \ell^f, \quad (*)$$


где k, r, s, h, f – некоторые **целые** числа, $\beta = 3/2$ – безразмерный коэффициент, $t = -2$, E – модуль Юнга, ρ – плотность материала планки, δ – толщина, b – ширина планки, g – ускорение свободного падения.

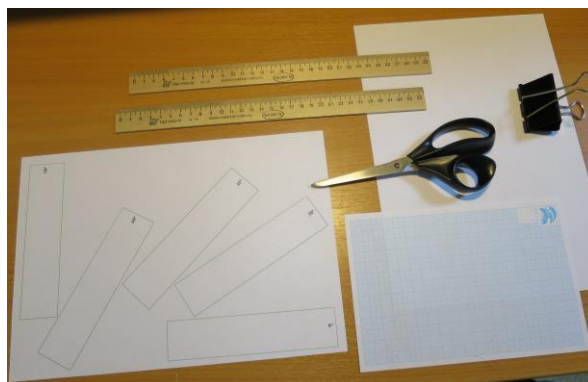
Отметим, что формула (1) справедлива при условии малости прогиба y ($y < 0,5\ell$).

Модуль Юнга – одна из характеристик твердого тела, определяющая его упругие свойства. По закону Гука относительная деформация ε стержня под действием силы F , приложенной перпендикулярно плоскости его поперечного сечения площадью S , равна:

$$\varepsilon = \Delta\ell/\ell = F/(ES).$$

Для анизотропных тел модуль Юнга может зависеть от направления.

Приборы и оборудование. Лист бумаги формата А4 с изображением пяти полосок на каждой из которых указан угол φ её ориентации, относительно длинной стороны листа); чистый лист бумаги формата А4, две деревянные линейки длиной 25 – 30 см; миллиметровая бумага формата А4 (2 листа); канцелярская клипса (48 мм), ножницы.



Примечание. Масса листа бумаги формата А4 составляет $m = 5,0$ г, а его толщина $\delta = 0,10$ мм.

Задание (практическая часть). В работе нужно исследовать, зависит ли значение модуля Юнга от ориентации бумажной полоски относительно листа бумаги формата А4 из которого она вырезана.

1. С помощью чистого листа А4 исследуйте зависимость $y \sim b^s$ (напомним, что s – целое число). Приведите рисунок, поясняющий, как вы проводите данную часть эксперимента.
2. Руководствуясь экспериментальными результатами и методом размерностей определите показатели степеней в формуле (1).

Примечание: при малых деформациях полоски бумаги $y \sim F$, где F – сила, приложенная к полоске.

3. Аккуратно вырежьте из выданного листа бумаги полоски (угол их ориентации относительно длинной стороны листа указан на самих полосках). *Полоски нельзя гнуть, мять, т.к. в противном случае вы можете сильно исказить результаты эксперимента.*
4. Для каждой полоски, закреплённой с помощью клипсы на краю стола, снимите зависимость стрелы прогиба y от длины ℓ выступающей за край стола части (рис. 2). Выполните измерения для 5 – 6 различных значений ℓ .

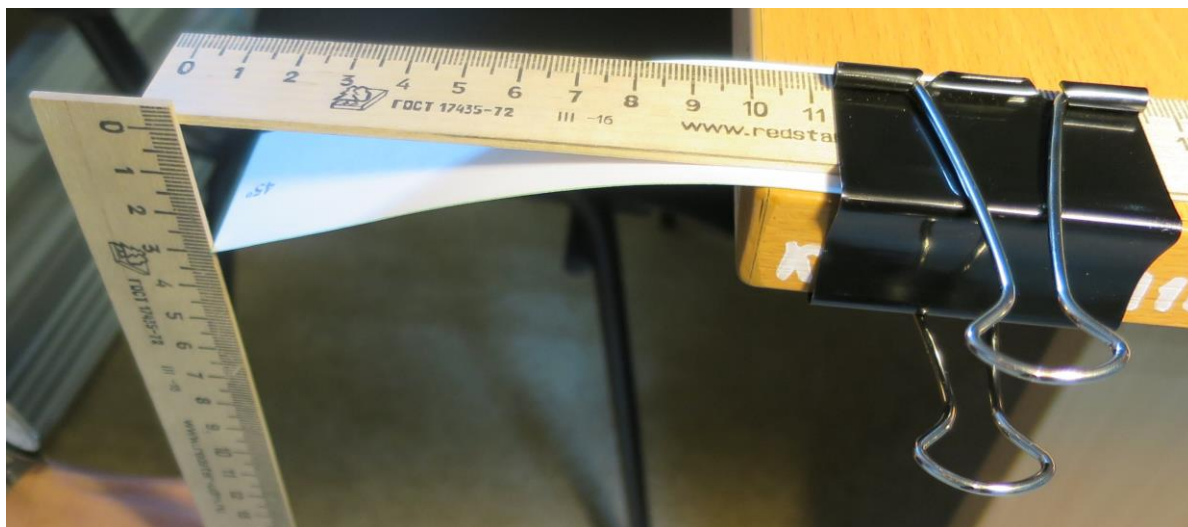
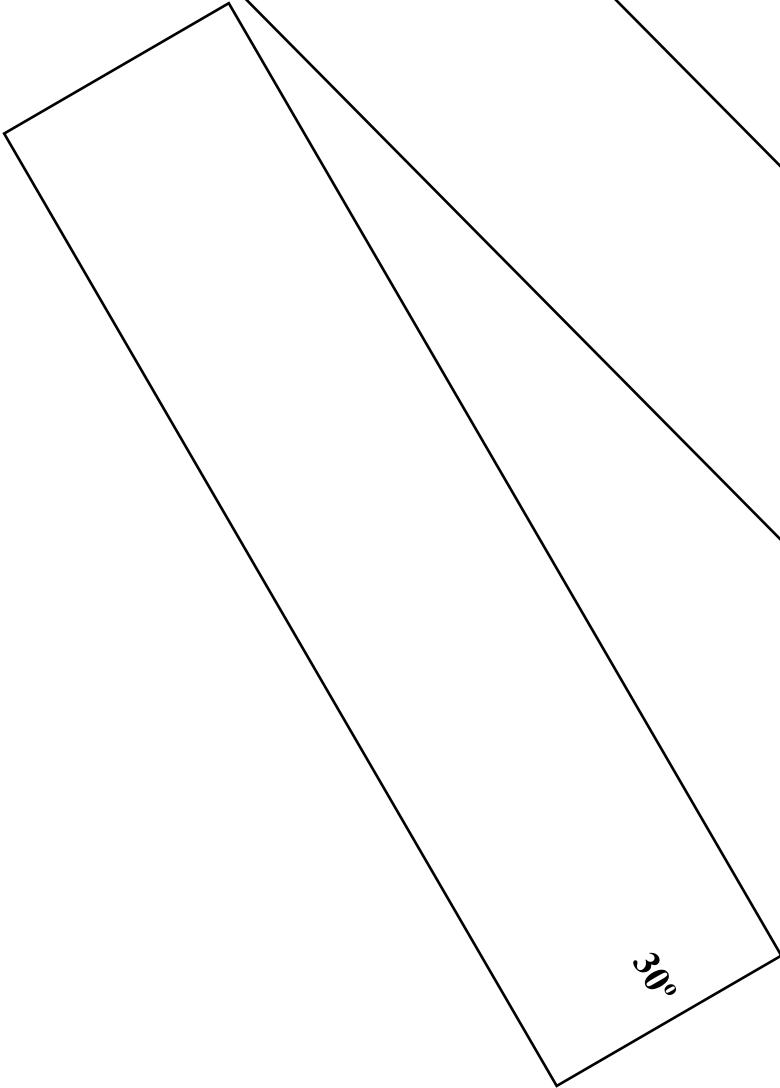
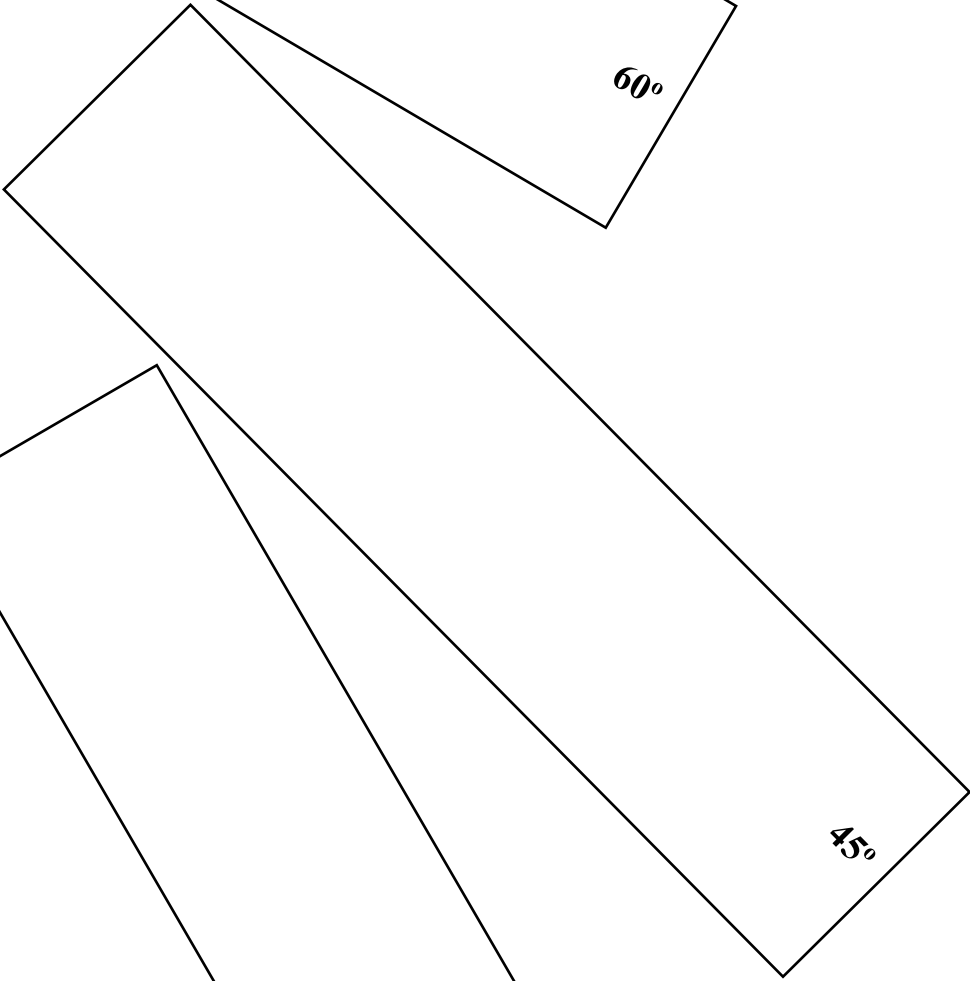
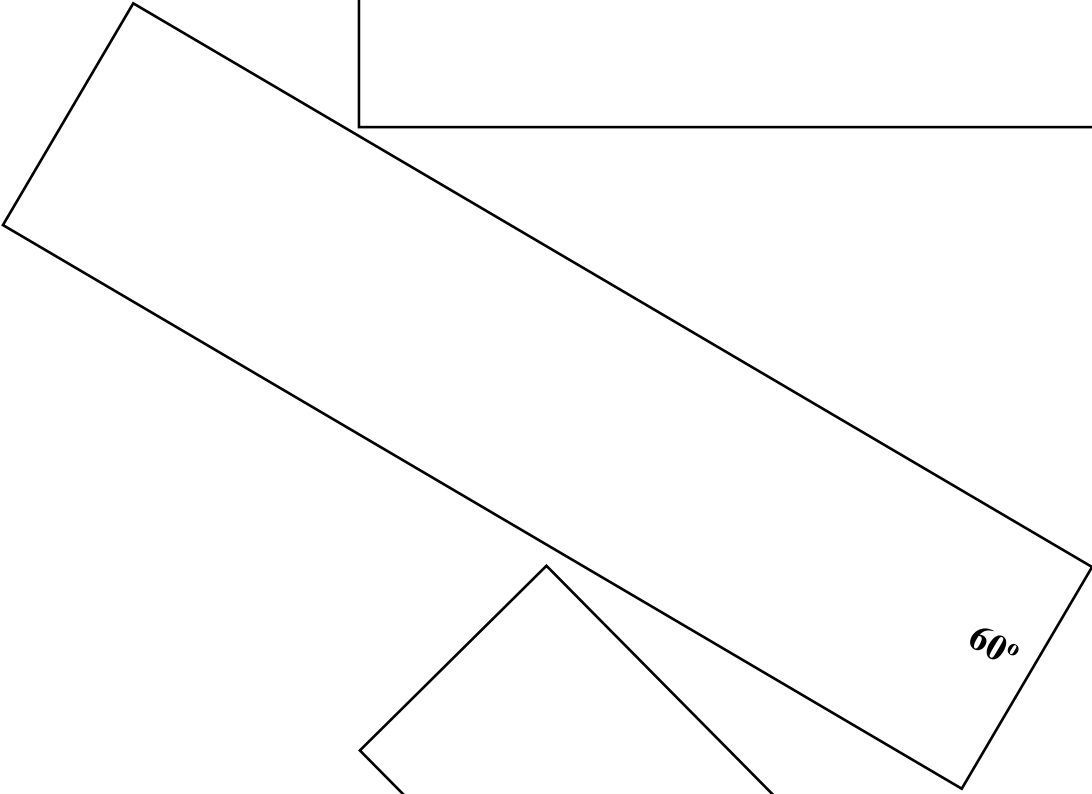
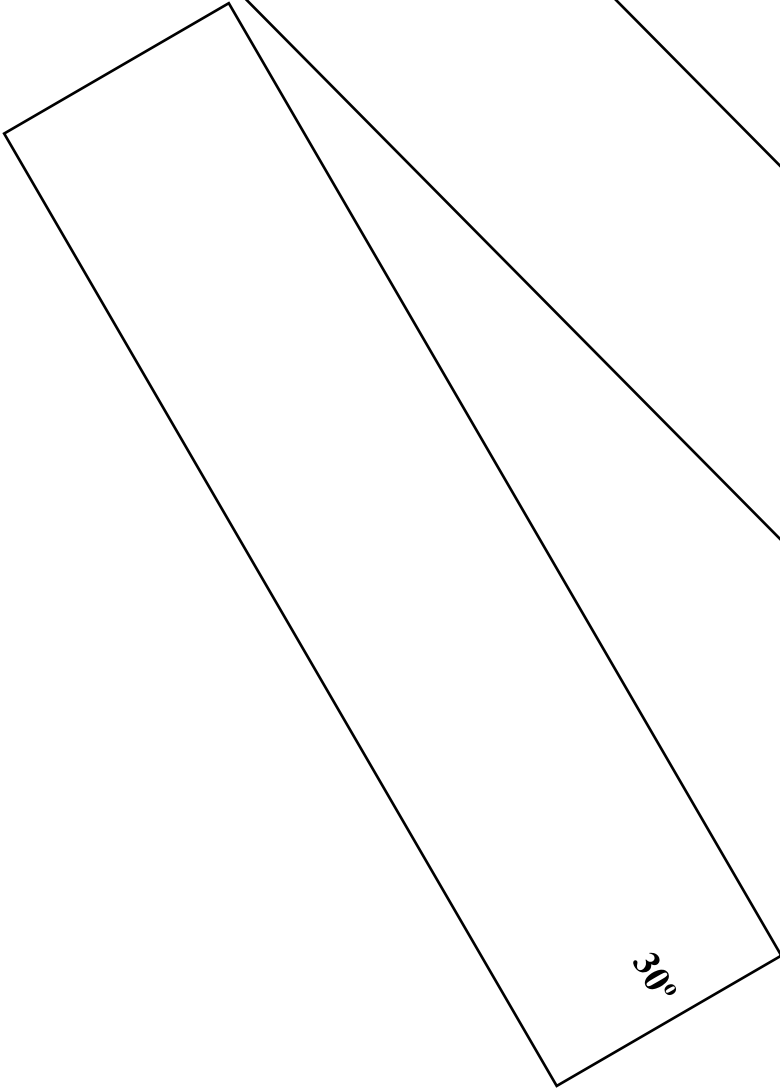
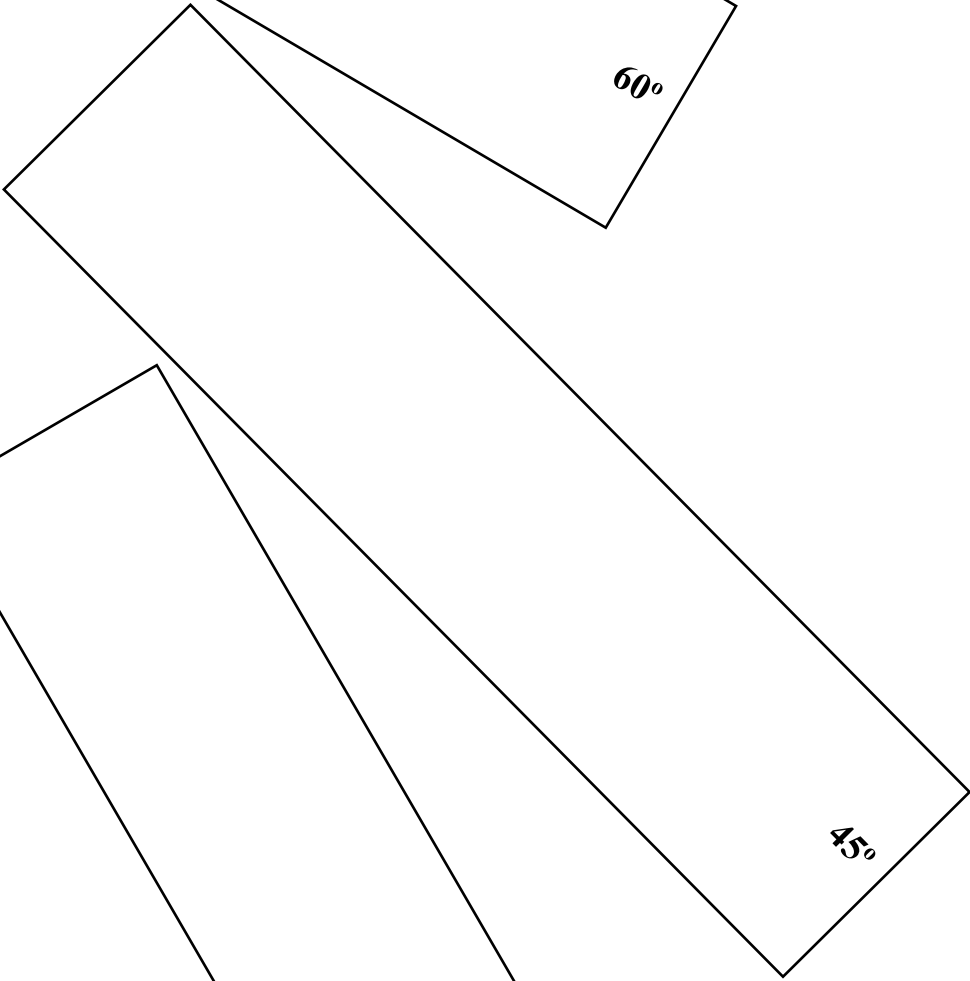
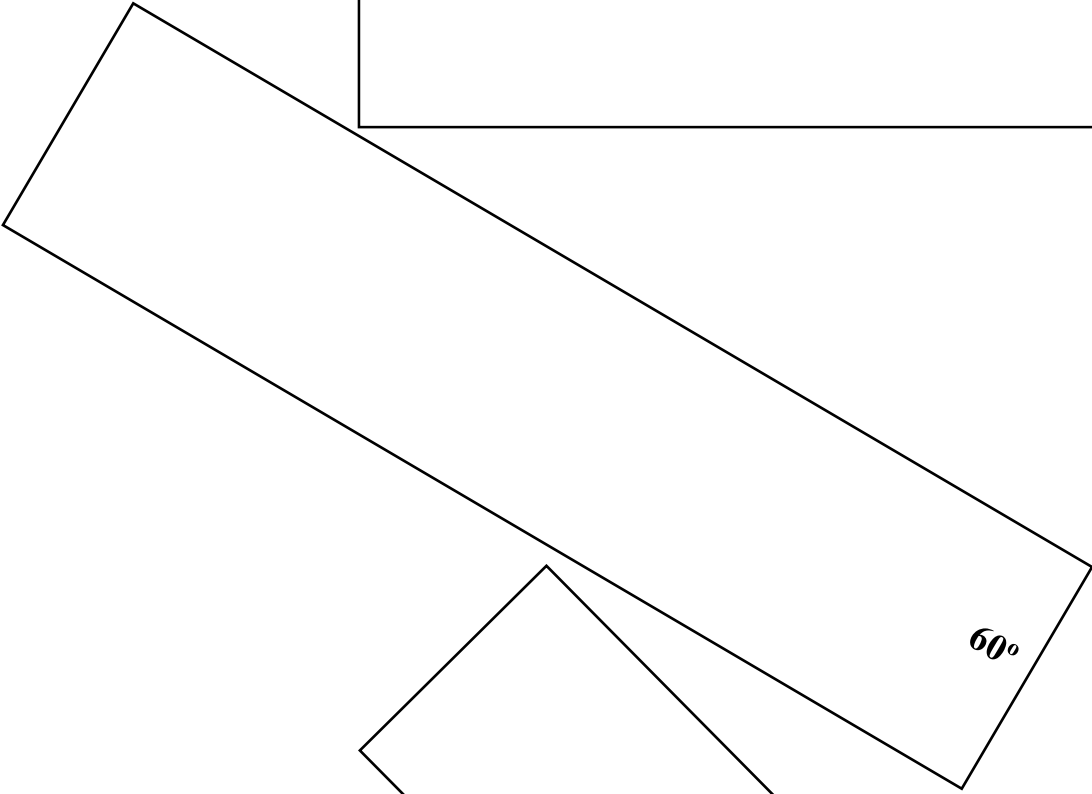
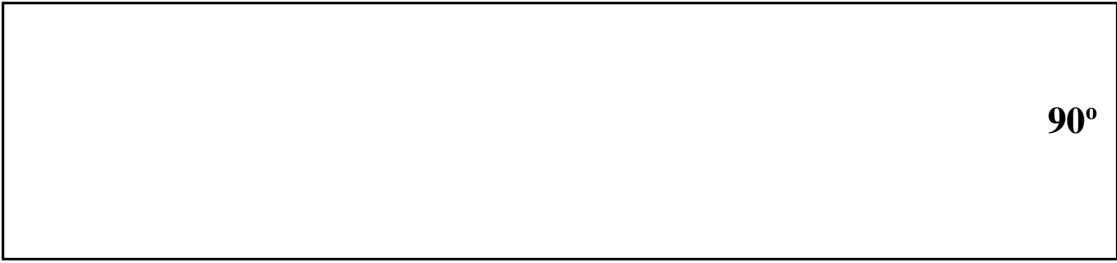


Рис. 2

5. Для каждой полоски постройте график $y(\ell^2)$ и из него определите значение модуля Юнга $E(\varphi)$.
6. Постройте график зависимости модуля Юнга от угла φ . Для каждого значения модуля Юнга изобразите «крест ошибок».
7. Сделайте вывод, наблюдается ли анизотропия модуля Юнга.





Возможное решение

1. На чистом листе бумаги делаем прорези, которые делят его на полоски разной ширины (рис. 3). Убеждаемся, что в пределах погрешности (связанной с неоднородностью бумаги) стрела прогиба не зависит от ширины полосок, следовательно, в формуле (*) показатель степени $s = 0$.

2. Так как $y \sim F$, а $F \sim g$, то $h = 1$. Тогда, руководствуясь соображениями размерности, получаем:

$$y = 3\rho g \ell^4 / 2E\delta^2.$$

В координатах (y, ℓ^4) график зависимости должен быть прямой линией.

3. Снимаем зависимость $y(\ell)$. Строим линейризованные графики $y(\ell^4)$ для каждой из полосок.

4. Строим график зависимости модуля Юнга от угла φ .

5. Из графика следует, что $E(0) - E(\varphi) > \sigma(E)$, где $\sigma(E)$ – погрешность измерения. Делаем вывод, что для модуля юнга E существует анизотропия.

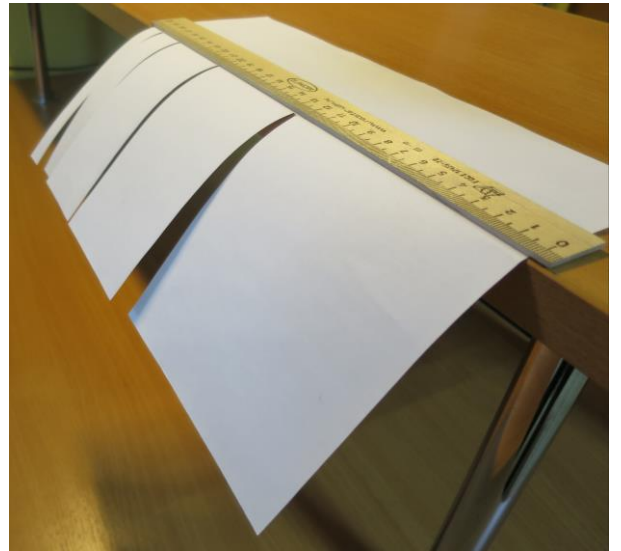


Рис. 3

Примечание. Анизотропию бумаги можно пронаблюдать непосредственно (рис. 4).



Рис. 4

Критерии оценивания

- | | |
|---|-----------------|
| 1) Исследована зависимость $y(b)$ и установлено что $s = 0$ | 2 балла |
| 2) Методом размерностей получено что $y \sim \ell^4$ | 2 балла |
| 3) Снята зависимость $y(\ell)$ | 3 балла |
| для каждой полоски снято 5 и более точек – 3 балла | |
| если число точек 3 – 4, то – 1 балл | |
| если число точек 1 – 2, то – 0 баллов | |
| 4) Построены линеаризованные графики для каждой зависимости $y(\ell)$ | 5 баллов |
| (по 1 баллу за каждую зависимость для полоски с соответствующим углом φ) | |
| 5) Построен график зависимости $E(\varphi)$ | 1 балла |
| 6) Посчитаны погрешности измерений | 1 балл |
| 7) Сделан вывод о существовании анизотропии модуля Юнга | 1 балл |
| (без ссылки на то, что $E(0) - E(\varphi) > \sigma(E)$, этот балл не ставится). | |

Задание 10.2. Что внутри? Внутри «серого» ящика находится идеальный источник с подключённым последовательно к нему резистором (рис. 1).

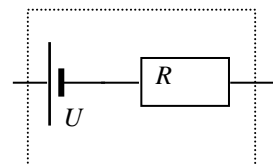


Рис. 1

1) Определите напряжение U идеального источника и сопротивление R резистора, находящихся внутри ящика.

2) Используя в качестве источника напряжения один из мультиметров, включённый в режиме омметра (в диапазоне 2000 кОм), определите напряжение этого источника U_0 и сопротивление r_0 последовательно соединённого с ним резистора (резистор находится внутри мультиметра).

Примечание. Эквивалентная схема мультиметра, используемого в качестве источника напряжения, полностью аналогична схеме чёрного ящика, приведенной на рис. 1.

Приборы и оборудование: два одинаковых мультиметра, «серый» ящик с двумя выходами.

Примечание. Погрешность мультиметра считать равной 1% от значения измеряемой величины + 1 единица последнего разряда.

Внимание! Использовать мультиметр в режиме амперметра строго запрещено! Такие решения засчитываться не будут.

Возможное решение.

К выводам ящика подключаем вольтметр и снимаем его показание $U_1 = (3,94 \pm 0,05)$ В. Для получения дополнительной информации необходимо провести еще измерения, например, подключив два вольтметра, соединенных последовательно. В этом случае они показывают по $U_2 = (2,82 \pm 0,04)$ В. Сумма показаний вольтметров не совпадает с U_1 . Это наводит на мысль, что сопротивление внутри ящика сравнимо по величине с сопротивлением вольтметра.

Сопротивление вольтметра в режиме 20 В измеряется непосредственно вторым мультиметром, включенным в режим мегаомметра. Оно составляет $R_V = (1,00 \pm 0,02)$ МОм.

Теоретические зависимости напряжений на одном и двух включенных последовательно вольтметрах имеют вид: $U_1 = \frac{UR_V}{R + R_V}$, и $U_2 = \frac{UR_V}{R + 2R_V}$. Решая систему

относительно U и R , получим: $U = \frac{U_1 U_2}{U_1 - U_2} = (9,9 \pm 0,8)$ В и $R = R_V \frac{2U_2 - U_1}{U_1 - U_2} = (1,5 \pm 0,2)$

МОм. К аналогичным значениям могут привести измерения, сделанные двумя вольтметрами, соединенными параллельно, в этом случае их показания составляют по $U_3 = (2,46 \pm 0,04)$ В.

Ток короткого замыкания равен $I_{кз} = \frac{U}{R} = (6,5 \pm 1,4)$ мкА.

Если вольтметр подключить к омметру непосредственно (рис. 2), то он покажет напряжение U_4 , равное

$$U_4 = \frac{U_0 R_V}{R_V + r_0} = (148,3 \pm 1,5) мВ \quad (1)$$

Если собрать последовательную цепь, состоящую из омметра, серого ящика и вольтметра, таким образом, чтобы напряжения серого ящика и омметра складывались (рис. 3), то вольтметр покажет напряжение U_5 , равное

$$U_5 = \frac{(U + U_0) R_V}{R_V + r_0 + R} = (2,90 \pm 0,04) В \quad (2)$$

Решая систему уравнений (1), (2), получаем:

$$r_0 = \frac{R_V (U_4 + U) - U_5 (R + R_V)}{U_5 - U_4} = (1,0 \pm 0,2) МОм.$$

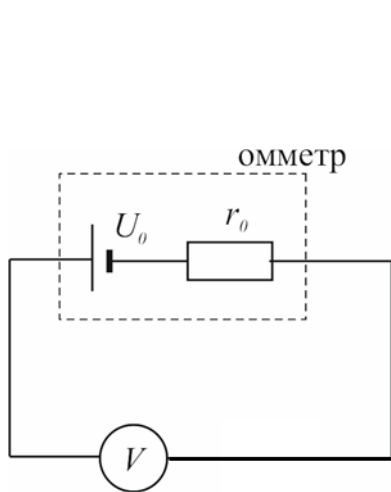


рис. 2

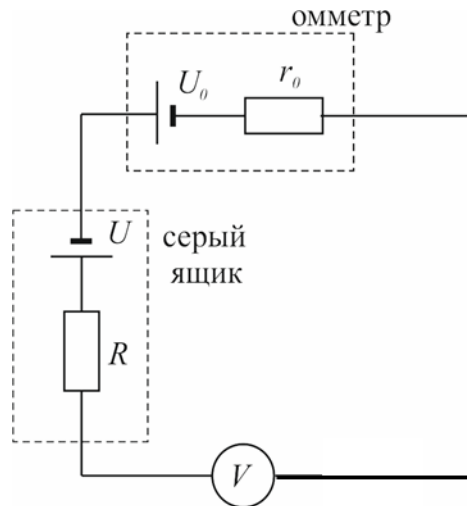


рис. 3

Подставляя найденное значение r_0 в (1), получим:

$$U_0 = U_4 \left(1 + \frac{r_0}{R_V} \right) = (300 \pm 30) \text{ мВ.}$$

Следует обратить внимание на то, что при измерении больших сопротивлений необходимо избегать соприкосновения пальцев рук с электрическими контактами приборов, так как сопротивление тела человека меньше или сравнимо с 1 МОм и может внести существенное искажение в измеряемую величину. В этом случае за оценку погрешности баллы не ставятся.

Критерии оценивания

- | | |
|---|----------------|
| 1) Измерение напряжения U_1 одним вольтметром | 1 балл |
| 2) Измерение напряжения U_2 или U_3 двумя вольтметрами | 1 балл |
| 3) Измерение омметром сопротивления вольтметра в режиме 20 В | 1 балл |
| (также за пункты 2 и 3 ставится 2 балла в том случае, если измерено U_2 и U_3 , а сопротивление вольтметра не измерено) | |
| 4) Получена теоретическая зависимость для R | 1 балл |
| 5) Получена теоретическая зависимость для U | 1 балл |
| 6) Вычислено напряжение [9,2;10,1] В | 1 балл |
| [8,5;10,5] В | 0,5 балла |
| 7) Вычислено сопротивление R [1,42;1,58] МОм | 1 балл |
| [1,35;1,65] МОм | 0,5 балла |
| 8) Предложена методика измерения напряжения U_0 и сопротивления r_0 | 2 балла |
| 9) Вычислено сопротивление r_0 [0,95;1,05] МОм | 2 балла |
| [0,90;1,10] МОм | 1 балл |
| 10) Вычислено напряжение U_0 [285;315] мВ | 2 балла |
| [270;330] мВ | 1 балл |
| 11) Оценена погрешность измеренных величин (U, r, U_0, r_0) (по 0,5 балла за каждую) | 2 балла |